Bedste rette linje og mindste kvadraters metode

Kristian Jerslev

1. oktober 2008

I mange situationer er det brugbart at kunne lave en ret linje til et sæt af data - desværre er det ikke altid, at dette sæt passer med en ret linje. Betragt systemet af ligninger:

$$\begin{aligned} y_1 &= c_0 + c_1 x_1 \\ y_2 &= c_0 + c_1 x_2 \\ &\vdots \\ y_n &= c_0 + c_1 x_n \end{aligned}$$

I et sådant system af n ligninger findes der som oftest ikke en eksakt løsning for c_0 og c_1 så de passer til samtlige par af $(x_i, y_i) i = 1, 2, \ldots, n$, hvorfor det kan være nødvendigt at finde det par af konstanter, der giver det bedste fit til de data, vi ønsker. Metoden, der benyttes til dette formål kaldes *mindste kvadraters metode*, men jeg skal nok lade være med at uddybe dette meget mere end til at sige, at denne metode vil give os værdier for konstanterne, så alle data ligger mindst muligt fra den rette linje. Ovenstående ligningssystem kan omskrives til:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

I det der ved matrixmultiplikation opnås resultatet:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} c_0 + c_1 x_1 \\ c_0 + c_1 x_2 \\ \vdots \\ c_0 + c_1 x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Hvormed vi er tilbage til vores oprindelige system af ligninger.

For nu at løse ovenstående system med hensyn til konstanterne indsættes data blot i de to matricer, hvorefter man opnår et ligningssytem for de to konstanter og de dermed kan bestemmes. For datasæt, hvor antallet af data overstiger tre eller fire vil det være bedst at sætte en computer til at fitte den bedste rette linje, da der ellers her er meget manuelt regnearbejde at lave, hvis man insisterer på at gøre det pr. håndkraft.

På trods af, at jeg ikke er gået i dybere detalje med *mindste kvadraters metode* håber jeg, at denne lille beskrivelse kunne bruges.