

**Modtaget dato:**  
**(forbeholdt instruktør)**

**Godkendt:**  
**Dato:**  
**Underskrift:**

## Eksperimentelle øvelser, øvelse nummer 2: Henfaldsskema for $^{56}\text{Mn} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$ , målt med Ge-detektor.

Kristian Jerslev, Kristian Mads Egeris Nielsen, Mathias Brønd Christensen

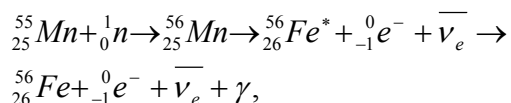
Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, Danmark

(Dato: 18 – 12 - 2008) (Hold nummer: 10)

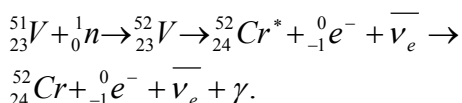
Ved anvendelse af en Ge-detektor vil vi analysere henfald for  $^{56}\text{Mn} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$  og  $^{52}\text{V} \rightarrow ^{52}\text{Cr}$  samt konstruere henfaldsskema for disse. Overgangsenergi, -sandsynligheder samt fluks i neutronkilden passer godt med tabelværdier. Halveringstiden for mangan blev fundet til  $t_{1/2} = 2,49 \pm 0,08 \text{ timer}$  og for vanadium  $t_{1/2} = 3,66 \pm 0,11 \text{ min}$ , hvilket stemmer overens med tabelværdier.

### INDLEDNING

Vi vil i denne øvelse kigge på følgende henfald for neutronaktiveret mangan og vanadium:



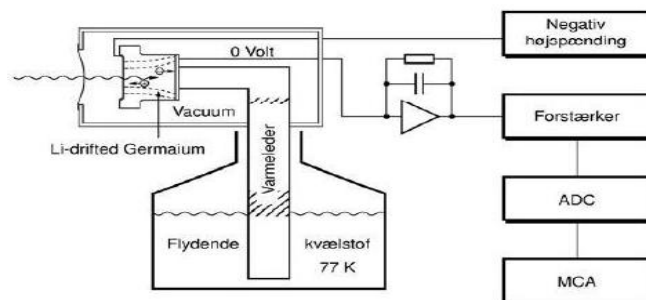
og



Vi vil med brug af en Ge-detektor detektere de enkelte gammakvanter sidst i henfaldsskemaet og dermed bestemme de exciterede energiniveauer i  $^{56}\text{Fe}$  og  $^{52}\text{Cr}$ . Samtidig vil vi benytte en effektivitetskalibrering af Ge-detektoren fra  $^{226}\text{Ra}$ -henfald til at finde sandsynligheden for at henfalde til et givet exciteret niveau i datterkernen. Under analyse af de detekterede gammakvanter og intensiteten af henfald til de exciterede niveauer vil vi finde halveringstiden for hver af de to neutronaktiverede kerner. Slutteligt vil vi finde fluksen i neutronkilden, der skabte de to aktiverede kerner.

### DEN EKSPERIMENTELLE OPSTILLING

Vi benytter en Ge-detektor til at optage spektre for en  $^{56}\text{Mn}$  og  $^{52}\text{V}$ . Den eksperimentelle opstilling er vist skematisk i figur 1, hvor den indkomne stråling kommer ind fra venstre.



Figur 1: Forsøgsopstilling vist skematisk.

### Kalibrering af opstillingen:

Der laves en kalibrering af opstillingen for at sikre, at de korrekte energier findes ved de toppe, der registrerer dem. Dette gøres ved at tage en kilde, hvis energier er kendte og registrere de toppe, der kommer frem i spektret. Hermed kan de kendte energier tildeles de rigtige toppe og dermed kan en kanal-energi-relation opstilles, som benyttes i resten af øvelsen. Samtidig laves en kalibrering over effektiviteten af detektoren med det formål, at arealet under en fototop direkte skal give intensiteten af denne top.

### Bestemmelse af halveringstid:

For at bestemme halveringstiden optages spektre for mangan i en halv time ad gangen og for vanadium cirka  $3\frac{1}{2}$  minut. Under disse optagelser vil kildernes aktivitet blive mindre og dette bemærkes i spektrene. Ved at sammenholde intensiteten for første spektrum og andet spektrum og samtidig vide, hvor lang tid der er gået imellem de to spektre, kan halveringstiden findes ved brug af

$$N(t) = N_0 e^{-t \ln(2) / t_{1/2}}, \quad (1)$$

$$\Phi = \frac{N}{t n \sigma}, \quad (2)$$

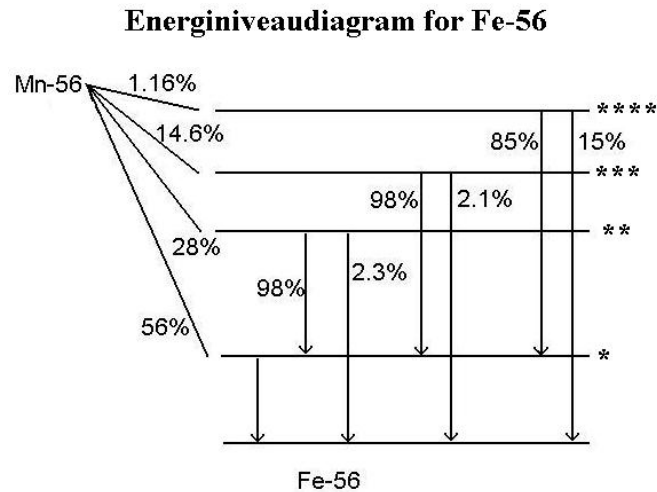
hvor  $N(t)$  er aktiviteten ved det sidste spektrum,  $N_0$  er aktiviteten ved det første spektrum,  $t$  er tiden mellem de to spektre og  $t_{1/2}$  er halveringstiden, som vi ønsker at finde.

### Bestemmelse af energiniveauer i datterkerne:

Under henfald vil isotoperne ikke henfalde til stabile niveauer i datterkernerne. Dermed vil energispektret vise toppe for hver overgang fra et exciteret niveau til et nyt exciteret niveau eller til grundtilstanden. Ved at sammenholde disse toppe kan energiniveauerne i datterkernen bestemmes.

### Bestemmelse af overgangssandsynligheder:

Nedenfor ses en oversigt over teoretiske henfaldssandsynligheder til de forskellige exciterede tilstande i datterkernen.



Figur 2: Exciterede niveauer i  $^{56}\text{Fe}$  kernen vist med teoretiske overgangssandsynligheder.

Der ønskes at finde sandsynligheden for, at Mn-56 henfalder til et givent niveau i  $^{56}\text{Fe}$ . Fra figur 2 ses, at alle henfald til f.eks.  $^{56}\text{Fe}$ 's højeste exciterede tilstand henfalder enten direkte grundtilstanden eller til  $^{56}\text{Fe}$ 's lavest exciterede tilstand. Dette sker med energier svarende hhv. til overgang  $g$  og  $f$  på bilag 1. Integralerne for disse toppe må så svare til antallet af henfald til den pågældende exciterede tilstand. Dette anvendes sammen med effektivitetskalibreringen til at bestemme den procentdel af henfaldene fra  $^{56}\text{Mn}$ , der henfalder til de forskellige exciterede tilstande.

### Bestemmelse af fluksen i neutronkilden:

Mangan-56 dannes ved at nedsænke Mangan-55 i en neutronkilde. Fluksen for neutronkilden er da givet ved:

hvor  $\sigma$  er tværsnitsarealet (tabelværdi for  $\sigma = 13,4 \text{ barn} = 13,4 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ ).  $N$  er det samlede antal henfald af Mangan-56 i tidsrummet  $t$  og  $n$  er antallet af Mangan-kerner i kilden, der beregnes ved brug af  $n = \frac{m N_A}{M_{mol}}$ , hvor  $m$  er massen af kilden,  $N_A$  er Avogadros tal, og  $M_{mol}$  er molarmassen for mangan.

### DATABEHANDLING

#### Kalibrering af opstillingen:

Sammenhørende værdier for kanalnummer og energi af fototop registreres for at lave en energi-kanal-relation, som benyttes i resten af øvelsen. I tabel 1 ses en oversigt over kanalnumre og tilhørende energier.

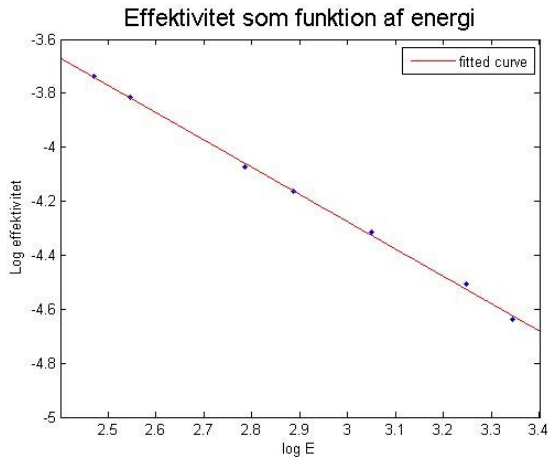
Kanal	Energi / keV
373	661,6
650,5	1173,2
737	1332,5
1434	2614,6

Tabel 1: Kalibreringsdata.

Med data fra tabel ?? fittes en lineær sammenhæng og denne findes til  $y = 1,84x - 24,34$ .

Værdier for arealet under en fototop og energien for den enkelte top registreres for et spektrum målt med en  $^{226}\text{Ra}$  kilde, hvis overgangssandsynligheder er kendte. Dermed kan et effektivitetsplot laves ved at benytte, at vi kender til kildens aktivitet, hvor der ses bort fra eventuelt henfald grundet halveringstid, der er 1500 år. Aktiviteten for kilden er opgivet til  $A_{\text{Ra-226}} = 1,04 \mu\text{Ci}$ , der er mere gængse enheder svarer til  $A_{\text{Ra-226}} = 38480 \text{ Bq}$ . Spektret måles i 600 sekunder, og dermed vil der opnås et antal henfald på  $N = 600 \text{ s} \cdot 38480 \text{ Bq} = 23088000$ . Effektiviteten kan da udregnes som  $\varepsilon = \frac{F \cdot 100}{\beta \cdot N}$ , hvor  $F$  er arealet af en

fototop,  $N$  er antal henfald i løbet af de 600 sekunder, og  $\beta$  er hyppigheds% for at henfalde til den pågældende energi. Dermed bliver effektiviteten udregnet for hver fototop. Et logaritmisk plot af disse værdier sammen med en potensfunktion fittet til disse, ses nedenfor på figur 3.



Figur 3: Log-log plot af effektiviteten som funktion af energien samt en potensfunktion fittet til datapunkterne.

Ved en potensfunksionsfit findes sammenhængen mellem effektivitet og energi til:

$$\varepsilon(E) = 0,0572 \cdot E^{-1,011}$$

#### Bestemmelse af halveringstid:

For mangan benyttes, at de to spektre er optaget med en længde, der er betragtelig i forhold til teoretisk halveringstid, hvilket giver os mulighed for at se, at aktiviteten er lavere ved det andet spektrum i forhold til det første, se figur 5. Hermed benyttes formel 1 til begge tiderne  $t=0$  og  $t=31,2\text{min}$  og følgende sammenhæng findes:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_0 e^{-\frac{t_1 \ln(2)}{t_{1/2}}}}{N_0 e^{-\frac{t_2 \ln(2)}{t_{1/2}}}} = e^{\frac{t_2 \ln(2)}{t_{1/2}}} \Leftrightarrow$$

$$t_{1/2} = \frac{31,2 \text{ min} \cdot \ln(2)}{\ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right)} \quad (3)$$

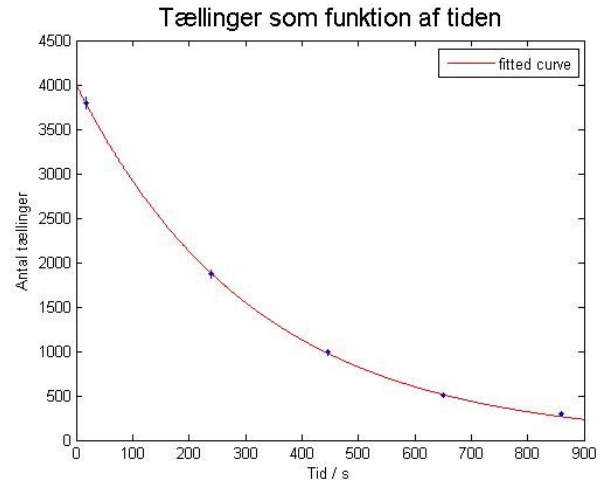
Hvor antallet af tællinger måles for forskellige fototoppe til de to tider. Dermed opnås et gennemsnit på halveringstiden for mangan. Halveringstiden findes da til

$$t_{1/2} = 2,49 \pm 0,08 \text{ timer},$$

Der stemmer godt overens med en teoretisk halveringstid på  $t_{1/2, \text{teo}} = 2,58 \text{ timer}$ .

For vanadium benyttes, at vi gentagne gange har målt antallet af tællinger under den ene fototop og dermed plottes antallet af målinger som funktion af tiden og en

sammenhæng som 1 fittes for at finde halveringstiden. Fittet ses på nedenstående figur 4.

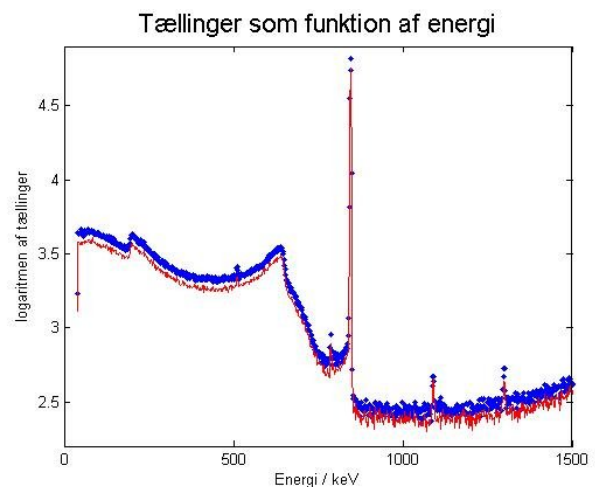


Figur 4: Antal tællinger som funktion af tiden for vanadiumkilden. En eksponentiel sammenhæng er fittet til punkterne.

Fra fittet på figur 4 fås sammenhængen for vanadium til

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln(2)}{t_{1/2}}} = 4000 e^{-\frac{t \ln(2)}{219,7 \text{ s}}}$$

hvor  $N_0 = 4000 \pm 67$ , og  $t_{1/2} = 3,66 \pm 0,11 \text{ min}$ , hvor usikkerhederne er beregnet ud fra fittet. Den fundne værdi for halveringstiden for vanadium stemmer pænt overens med en teoretisk værdi på  $t_{1/2, \text{teo}} = 3,75 \text{ min}$ .



Figur 5: Logaritmen af antallet tællinger som funktion af energien til to tider for mangankilden. Bemærk, at aktiviteten er faldet.

### Bestemmelse af energiniveauer i datterkerne:

Nedenfor ses en tabel med de opgivne værdier for energiniveauerne:

Tilstand	Tabel energi / keV
*	3369,7
**	2959,9
***	2657,5
****	846,76

Tabel 2: Oversigt over teoretiske energier for de forskellige exciterede niveauer for  $^{56}\text{Fe}$ .

Ud fra disse udregnes energierne for overgange mellem de forskellige exciterede tilstande som forskellen i energi mellem de to tilstande. Dette sammenlignes med de fundne værdier for energierne af toppene a-g på tabel 3. Usikkerhederne er taget som halvdelen af "full-width-half-maximum" af fototoppen.

Overgang/top	Energi tabel / keV	Energi målt / keV
a	846,76	$846,5 \pm 2,4$
b	1810,74	$1810,4 \pm 4,3$
c	2657,5	$2656,9 \pm 6,0$
d	2113,1	$2112,9 \pm 4,9$
e	2959,9	$2960,7 \pm 6,0$
f	2522,9	$2522,8 \pm 4,9$
g	3369,7	$3370,1 \pm 2,9$

Tabel 3: Oversigt over teoretiske energier for de forskellige overgange i kerneniveauer for  $^{56}\text{Fe}$ .

Som det fremgår af tabel 3 er der rimelig overensstemmelse mellem de eksperimentelt bestemte overgangsenergi og de teoretisk beregnede hvilket vil medføre, at de eksperimentelt bestemte energiniveauer i kernen vil stemme overens med de teoretisk opgivne.

For vanadium identificeres kun en fototop i spektret, og dermed findes kun en overgang, vi kan registrere, med en overgangssandsynlighed på 100%. Dennes energi findes til  $E = 1434,0 \pm 3,5\text{keV}$ , der stemmer rigtig godt overens med en teoretisk opgivet værdi på  $E_{teor} = 1434\text{keV}$ .

Ved begge spektre fås flere toppe end forventet, hvilket skyldes baggrunden. Baggrunden er blevet målt i et tidsinterval på 30 minutter og trukket fra manganspektret for analysen af det. Baggrunden kan forklares med følgende tabel.

For baggrundspektret henvises til bilag 2.

Top	Energi	Årsag
1	511.8 +/- 1.5 keV	Elektronannihilation
2	1462.7 +/- 2.9 keV	Kalium-40
3	2225.5 +/- 3.1 keV	Ukendt men baggrund
4	2616.1 +/- 3.8 keV	Thorium-228

Tabel 4: Baggrundstoppe målt i et tidsinterval på 30 minutter.

For Vanadium ses ikke alle disse toppe, da det ikke er optaget i lige så langt tid.

### Bestemmelse af overgangssandsynligheder:

Der bestemmes antallet af henfald ved de forskellige energier ved at kigge på integralerne for de forskellige toppe a-g fra bilag 1, fratrukket baggrunden. Disse anvendes til at bestemme overgangssandsynlighederne.

Tilstand	Udregnet sandsynlighed	Tabel sandsynlighed
*	$66,0 \pm 17,6\%$	56 %
**	$20,3 \pm 6,2\%$	29 %
***	$12,6 \pm 4,0\%$	14 %
****	$1,09 \pm 0,33\%$	1.16 %

Tabel 5: Oversigt over eksperimentelt bestemte samt teoretiske overgangssandsynligheder i  $^{56}\text{Mn}$  til  $^{56}\text{Fe}$ .

### Bestemmelse af fluksen for neutronkilden:

Ved brug af formel 2 udregnes fluksen i neutronkilden til

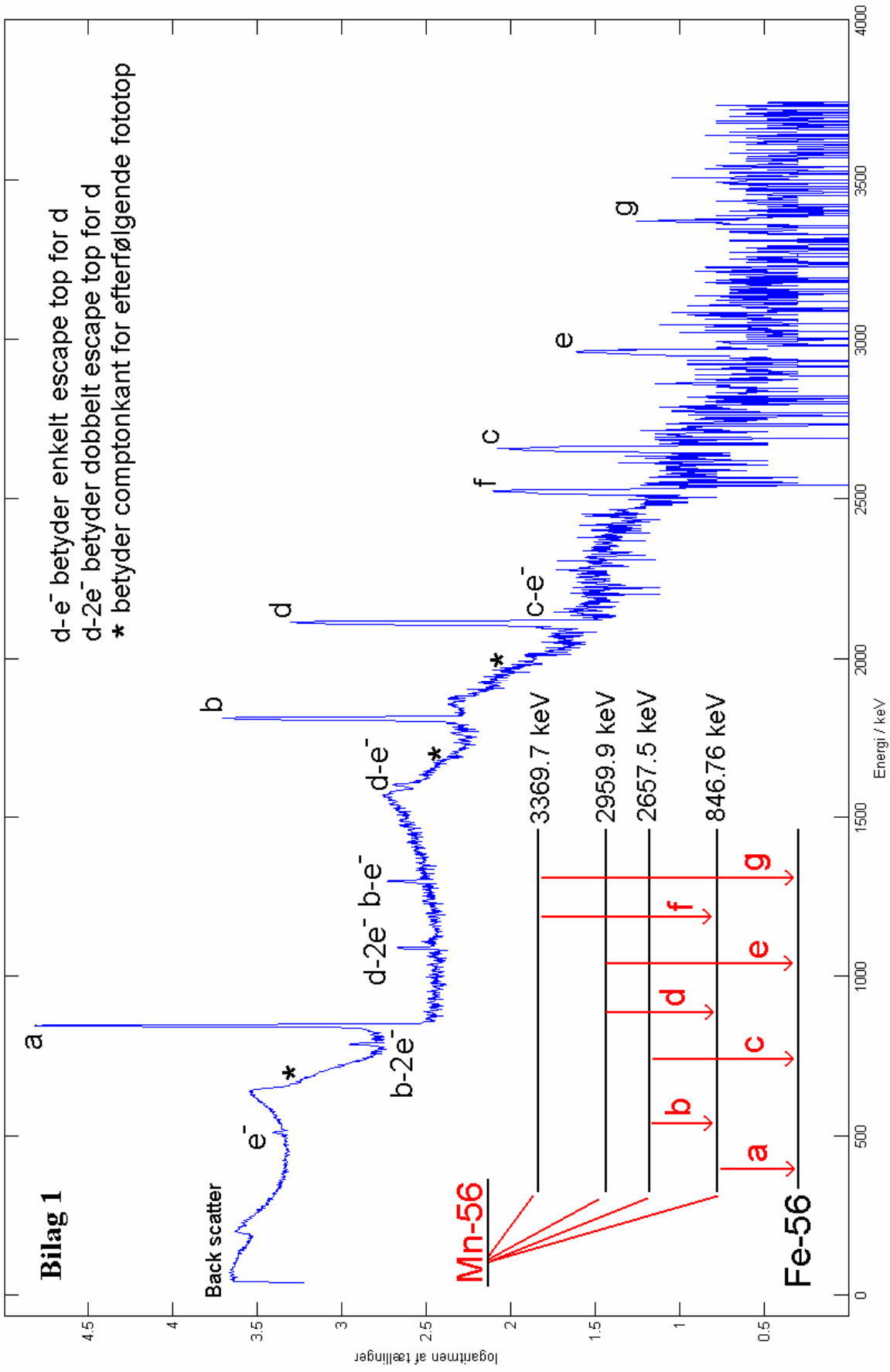
$$\Phi = \frac{N}{tn\sigma} = \frac{NM_{mol}}{tN_A m\sigma} = \frac{24242400 \cdot 54,938 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{1800\text{s} \cdot 13,4 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2 \cdot 4,06\text{g} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}} \Leftrightarrow \Phi = 22584 \pm 325 \text{s}^{-1} \text{cm}^{-1}.$$

Det bemærkes, at denne værdi ligger tæt på den teoretisk opgivne fluks på  $\Phi = 2,3 \cdot 10^4 \text{s}^{-1} \text{cm}^{-1}$ .

### KONKLUSION

Ved anvendelse af en Ge-detektor er henfald fra  $^{56}\text{Mn}$  og  $^{52}\text{V}$  undersøgt. Henfaldsskemaer er blevet konstrueret, overgangsenergi og -sandsynligheder er blevet bestemt, og fluksen i neutronkilden er blevet bestemt. Alle dele passer godt med tabelværdier.

Tællinger som funktion af energi fratrukket baggrund



# Tællinger som funktion af energi

