

Modtaget dato:
(forbeholdt instruktør)

Godkendt:
Dato:
Underskrift:

Eksperimentelle øvelser, øvelse nummer 7 : Optiske resonatorer og laseren

Kristian Jerslev, Kristian Mads Egeris Nielsen, Mathias Brønd Christensen

Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, Danmark

(Dato: 03-12-2008) (Hold nummer: 10)

Ved brug af diffraktion og interferens fra en laser har vi bestemt bølgelængderne på to lasere, bestemt spalteaafstanden på en CD, bestemt reflektiviteten af en étalon, bestemt varmeudvidelseskoefficienter for forskellige materialer samt bestemt brydningsindeks for forskellige krystaller.

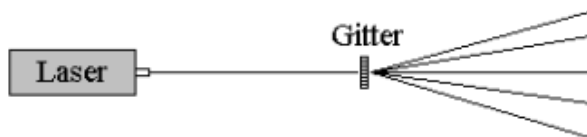
INDLEDNING

Vi betragter multipel stråleinterferens fra en laser. Vi vil i denne øvelse udnytte, at vi kan opdele en laserstråle i flere stråler og lave interferens mellem disse stråler i en detektor og dermed bestemme både bølgelængde på laseren, afstanden imellem to spalter i en CD, reflektiviteten af en spejlbelagt overflade, længdeudvidelseskoefficienter for forskellige materialer samt brydningsindeks for forskellige krystaller.

DEN EKSPERIMENTELLE OPSTILLING

Bestemmelse af bølgelængden på laseren

I denne deløvelse bestemmes bølgelængden på laseren. Det udnyttes, at vi ved at sende laserstrålen igennem et optisk gitter, vil vi opnå diffraktion på en overflade bagved gitteret. I denne opstilling benyttes den bagvedliggende væg. Gitterligningen benyttes herefter til at udregne bølgelængden for laseren.



Figur 1: Forsøgsopstilling til bestemmelse af laserens bølgelængde.

På figur 1 ses opstillingen til denne del af øvelsen. Gitterligningen benyttes til at bestemme bølgelængden, når afstanden fra nulte orden ud til den n'te orden afmåles:

$$d \sin(\theta_n) = n\lambda.$$

Bestemmelse af afstanden imellem spalterne på en CD

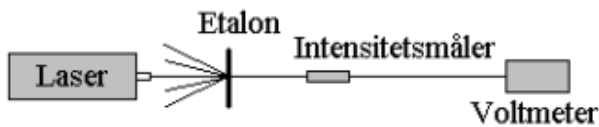
I denne deløvelse bestemmes afstanden imellem to spalter i en CD. Det benyttes, at CD'en vil virke som et optisk gitter med refleksion. Ved indsendelse af en laserstråle på CD'en vil strålen blive opsplittet på samme måde som ved indsendelse til et almindeligt optisk gitter og på den måde kan afstanden imellem to spalter bestemmes vha. gitterligningen, som er vist ovenfor. En tegning af forsøgsopstillingen ses på figur 2.



Figur 2: Forsøgsopstilling til bestemmelse af spalteaafstand.

Bestemmelse af reflektivitet af en spejlbelagt overflade og tykkelse af étalon

I denne deløvelse bestemmes reflektiviteten af en spejlbelagt overflade ved hjælp af multipel stråleinterferens. Ved at sende en laserstråle ind på en étalon vil en del af strålen blive transmitteret og en anden del blive reflekteret. Dette sker både ved indgang og udgang. Ved at måle den intensitet, der slipper igennem étalonen, opnås en grafisk fremstilling af den transmitterede intensitet som funktion af faserne på laseren. Forsøgsopstilling ses på figur 3.



Figur 3: Forsøgsopstilling til bestemmelse af reflektivitet.

For at bestemme tykkelsen af etalonen måles sammenhørende værdier for intensiteten på en plade, der står foran laseren mellem denne og etalonen. Når laserstrålen bliver reflekteret på etalonen vil vi dermed kunne se et interferensmønster på pladen og bestemme afstanden fra midtpunktet ud til den enkelte orden for på den måde at bestemme tykkelsen vha. formelen opgivet i øvelsesvejledningen:

$$\delta = \frac{4\pi n L \cos \theta}{\lambda_0}$$

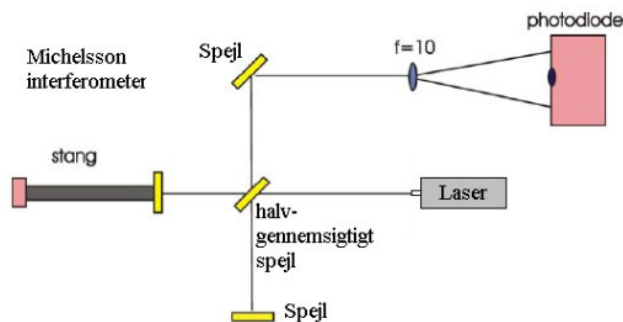
Vi måler altså to på hinanden følgende minima og da faseforskellen imellem disse er 2π kan vi dermed opstille et udtryk for tykkelsen, L , af etalonen. Der opnås derfor en formel

$$L = \frac{\lambda_0}{2n[\cos(\sin^{-1}\{\theta_2\}) - \cos(\sin^{-1}\{\theta_1\})]}$$

Hvor $\theta_n = \frac{2}{3} \sin\left(\frac{1}{2} \tan^{-1}\left[\frac{d_n}{a}\right]\right)$ fås vha. geometri fra øvelsesvejledningen.

Bestemmelse af længdeudvidelseskoefficienter for forskellige materialer

I denne deløvelse bestemmes længdeudvidelseskoefficienten for forskellige materialer under anvendelse af et Michelsoninterferometer, hvor det ene spejl er erstattet af metalstang, hvis ene ende er koblet til en spændingsforsyning og den anden har et spejl. Ved at sende en konstant strøm igennem metallet vil metallet blive opvarmet og udvide sig parallelt med den indkomne laserstråle og dermed vil fotodioden kunne observere en fluktuation i intensiteten fra laserstrålen pga. interferens. Dette relateres til en faseforskel på de to laserstråler og dermed kan længdeudvidelseskoefficienten bestemmes. Forsøgsopstillingen ses på figur 4.



Figur 4: Forsøgsopstilling til bestemmelse af længdeudvidelseskoefficienter.

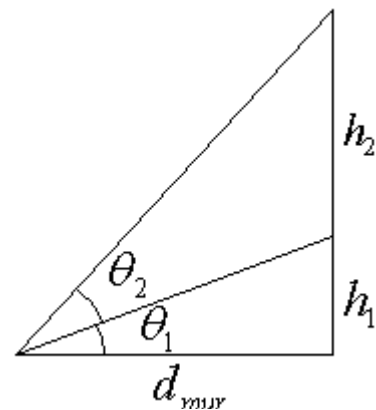
Bestemmelse af brydningsindeks for forskellige materialer

I denne deløvelse bestemmes brydningsindeks for forskellige materialer ved hjælp af samme opstilling som i figur 4 ovenfor. Der ændres dog den detalje, at der sættes et krystal ind foran stangen og dermed udnyttes, at lysets hastighed ikke har samme værdi udenfor og indenfor krystallen. Under rotation af krystallen vil lysets strækning blive ændret og vi relaterer igen lysets intensitet i fotodioden til en faseforskel på lyset.

DATABEHANDLING

Bestemmelse af bølgelængden på laseren

For hver af de to lasere, He-Ne og den grønne laserpointer, er der ved diffraktion målt sammenhørende værdier for ordenen og afstanden fra nulte orden. Ved hjælp af trigonometriske identiteter er disse afstande relateret til en vinkel til hver orden – se figur 5.



Figur 5: Trekantsberegning for de første to ordener.

På figur 5 er θ_1 vinklen fra nulte til første orden og θ_2 er vinklen fra første til anden orden. Vi er således interesseret i vinklen $\theta_1 + \theta_2$ som opnås vha. trekantsidentiteter. Ved brug af gitterligningen fås bølgelængderne for hver af de to lasere til hhv:

$$\lambda_{\text{He-Ne}} = 643,9 \pm 16,2 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{pointer}} = 529,1 \pm 16,2 \text{ nm}$$

Usikkerhederne er bestemt vha. ophobningsloven brugt på gitterligningen. De teoretiske værdier er på de to lasere opgivet til hhv. 632,8nm og 532nm, så vores eksperimentelt bestemte værdier indeholder også de teoretiske.

Bestemmelse af afstanden imellem spalterne på en CD

Vores målte værdier i dette forsøg kan ses vha. figur 5, hvor vi har målt d_{mur} , h_1 og h_2 . I forsøget ligger nulte orden

afstanden h_1 over vandret, så vinklen op til første orden betegnes θ_2 . Det er umiddelbart ikke denne vinkel, der måles. I første omgang beregnes vinklerne θ_1 og $\theta_1 + \theta_2$, hvormed θ_2 bestemmes ved at trække den førstberegnete vinkel fra den andenberegnete. Herefter benyttes gitterligningen til at bestemme afstanden imellem spalterne og denne beregnes til følgende:

$$d_{CD} = 932 \pm 8nm$$

Usikkerheden er igen fundet ved at benytte ophobningsloven på vinkelberegningen for herefter at benytte samme lov på gitterligningen.

Bestemmelse af reflektivitet af en spejlbelt overflade og tykkelsen af etalon

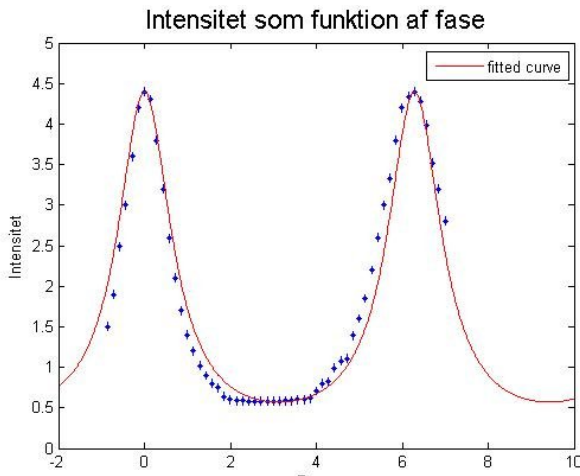
Sammenhørende værdier for intensitet og drejning af étalonen noteres. Drejningen af étalonen relateres til en faseforskel i laserlyset og dette plottes og en teoretisk kurve¹ fittes til disse data. Dette plot giver resultatet:

$$I_T = I_0 \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Hvor I_0 er intensiteten uden refleksion, R er reflektiviteten og δ er fasen på laseren. I_0 aflæses på vores datasæt som den maksimale intensitet, vi måler. Plottet giver følgende resultat for reflektiviteten:

$$R = 47,05 \pm 1,59\%$$

Sammenlignes dette resultat med figur 2 fra øvelsesvejledningen ses det, at vores resultat stemmer godt overens med, at étalonen har en reflektivitet på cirka 50%. Plottet af vores data og den fittede kurve ses nedenfor i figur 6.



Figur 6: Intensitet plottet som funktion af fasen.

¹ Formlen fra øvelsesvejledningen.

Det ses, at den fittede kurve er rykket en smule, men dette skyldes blot et offset i x-retningen.

Som beskrevet tidligere indsættes målte værdier i formlen for etalontykkelsen. Der findes dermed flere tykkelser. Vi tager gennemsnittet af disse som resultatet og husker på, at ved usikkerhedsberegning vha. ophobningsloven skal usikkerhederne også behandles. Vi ender dermed med resultatet:

$$L = 1,01 \pm 0,13mm .$$

Den teoretiske værdi har vi fået oplyst til 1mm, så den teoretiske værdi ligger indenfor det eksperimentelt bestemte interval.

Bestemmelse af termiskeudvidelseskoefficienter

Når materialet udvider sig ændres afstanden som den ene stråle bevæger sig. Som normalt er betingelsen for konstruktiv interferens at forskellen mellem to pletter må være et helt antal bølgelængder (principielt kunne det samme gøres for destruktiv interferens, eller midt imellem, eller en vilkårlig anden interferenssituation, her vælges bare konstruktiv interferens). Dvs. hver gang man går fra en top til en den næste må vejlængden have udvidet sig én bølgelængde af laseren og derved må materialet have udvidet sig en halv bølgelængde. Ligeledes, hvis man går fra en top over n toppe må der gælde:

$$L_n - L_1 = \Delta L = n \frac{\lambda}{2} . \text{ Og for temperaturen: } \Delta T = T_n - T_1 .$$

Og derved

$$\frac{\Delta L}{\Delta T} = \frac{n\lambda}{2(T_n - T_1)}$$

Dette normeres med længden af stangen L_0

$$\frac{\Delta L}{L_0 \Delta T} = \frac{n\lambda}{2(T_n - T_1)L_0}$$

n , L_0 , og temperaturen måles og indsættes i formlen, og der fås:

Materialer	Termiskudvidelseskoefficient $\frac{m}{m \cdot K}$
Rustfrit stål	$19,76 \pm 1,10$
Aluminium	$22,75 \pm 0,75$

Årsagen til den større usikkerhed på rustfrit stål skyldes mere spredte målinger. Til sammenligning er den teoretiske værdi for aluminium $\alpha_{alu,teo} = 22,2 \frac{m}{m \cdot K}$, så vores resultater for dette metal ligger meget tæt på den teoretiske værdi.

Bestemmelse af brydningsindeks

Ved indsættelse af et krystal foran den ene af strålerne ændres den effektive vejlængde for strålen, da hastigheden i

krystallen er lavere. Dette benyttes til at finde brydningsindekset for krystallen, da man ved at variere tykkelsen af krystallen kan finde forholdet mellem hastighederne i luft (vakuum) og krystallen, altså netop brydningsindekset. Det er dog ikke så ligetil at variere tykkelsen (f.eks. hvis materialet er ukendt), så man kan i stedet dreje krystallen og derved øge den effektive tykkelse. Tages der højde for den ændrede indfaldsvinkel kan man komme frem til følgende udtryk for n udtrykt ved vinklen som krystallen er drejet, udfaldsvinklen af lyset (bestemt ved Snells lov), antallet af ”fringes”, bølgelængden af lyset og tykkelsen af krystallen²:

$$\frac{N\lambda_0}{2d} = n \left(\frac{1}{\cos \theta'} - 1 \right) + \left(1 - \frac{\cos(\theta - \theta')}{\cos \theta'} \right)$$

Stof	n
LiNbO ₃	1,71 ± 0,27
MgO	1,49 ± 0,16
blyglas	1,44 ± 0,14

Usikkerheder er bestemt ved evaluering af værdierne for brydningsindekset i ekstremtilfælde.

KONKLUSION

Med brug af diffraktionsteknikker har vi fundet bølgelængden for to forskellige lasere til hhv. $\lambda_{He-Ne} = 643,9 \pm 16,2nm$ og $\lambda_{pointer} = 529,1 \pm 16,2nm$ og fundet spalteaafstanden på en CD til $d_{CD} = 932 \pm 8nm$. Vi har bestemt reflektiviteten af en spejlbelagt overflade til 47%, hvilket stemmer meget godt overens med de teoretiske værdier. Tykkelsen af etalonen er bestemt til $L = 1,01 \pm 0,13mm$, hvilket stemmer godt overens med de teoretisk opgivne værdier. Yderligere har vi ved hjælp af interferens bestemt termiske udvidelseskoefficienter for to forskellige stoffer til hhv. $\alpha_1 = 19,76 \pm 1,10 \frac{m}{m \cdot K}$ og $\alpha_2 = 22,75 \pm 0,75 \frac{m}{m \cdot K}$ samt bestemt brydningsindeks for MgO, LiNbO₃ og Blyglas samt forsøgt for diamant til hhv. $n_{MgO} = 1,49 \pm 0,16$, $n_{LiNbO_3} = 1,71 \pm 0,27$ og $n_{blyglas} = 1,44 \pm 0,14$, hvor vi for diamant havde store problemer med at vurdere antallet af fringes, der passerede fotodioden under drejning af 10 grader.

Værdierne for udvidelseskoefficienterne passer rimeligt overens med at α_2 er udvidelseskoefficienten for aluminium og α_1 burde være udvidelseskoefficienten for rustfrit stål som

er tabelopslået³ til 16.0-17.3, men dette stemmer ikke helt overens med den eksperimentelt bestemte.

Under vurdering af diamants brydningsindeks kan vi konkludere, at forsøgsopstillingen ikke er egnet til dette materiale, hvis brydningsindeks er så stort, at vi knap nok ser en fringe ved fotodioden under rotationen af krystallet. Yderligere ligger vores bestemte brydningsindeks konsekvent under de teoretiske værdier⁴, opslået til $n_{MgO,teo} = 1,73$ og $n_{LiNbO_3,teo} = 2,29$.

Vi kan på baggrund af resultaterne fra varmeudvidelseskoefficienterne og brydningsindekserne konkludere, at der klar systematisk afvigelse fra de teoretiske værdier.

² Fra note ”brydningsindex.pdf” fra aula.au.dk

³ Værdierne er fundet på http://www.engineeringtoolbox.com/linear-expansion-coefficients-d_95.html

⁴ Værdierne er fundet på <http://refractiveindex.info/>